

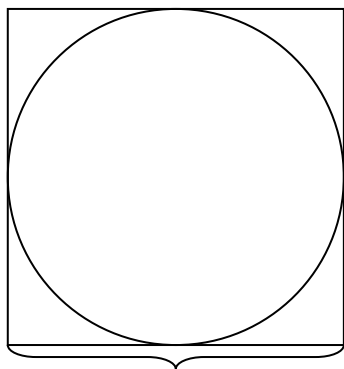
シミュレーション

- 問題を解析的に解くのが不可能、あるいは困難と思われるときに有効
- コンピュータを使ってやると便利なのは、乱数を使ったシミュレーション
- 乱数を使ってシミュレーションを行うときは、乱数の質が結果に影響する
- しかし、Excel が得意なのはどちらかといえばシミュレーション結果の視覚化
- 複雑なシミュレーションを Excel で実行するのはしんどい

例題 1. 円周率を乱数を使って求める --- 簡単に教科書に必ず出ている例

円の面積は、円の半径を r とすると、 πr^2 で表現できる。よって、半径が 1 の円を考えると、その面積は π となる。次に、半径 1 の円が内接するような正方形を考えると、その面積は 4 となる。

ここで、図 1 のような絵を考える。もしこの絵の上に砂を一樣にばらまくことができたならば、円の中に入った砂粒の数と、正方形の中に入った砂粒の数を数えることによってそれぞれの面積を近似できる、と考えるのがこの場合のシミュレーションの基本的なアイデア。



長さ 2

図 1 正方形に内接する円

一番原始的な方法としては、実際にこのような絵を描いて上に砂粒を撒いてみればいいのだが、その場合そもそも円を正しく描くのが非常に困難であるという問題が生じてしまうので精度をあげるのは無理。そこで計算機を使う意味がでてくる。この場合であれば、 $-1 \sim 1$ の範囲で (x, y) のペアを乱数的に作って、そのペアが $x^2 + y^2 \leq 1$ を満たせば円の内側、満たさなければ円の外側で正方形の内側となる。ここでは、 $-1 \sim 1$ の間に一樣に分布する乱数として、Excel の `rand()` 関数の値を 2 倍して 1 を減じたものを使っている。`rand()` は $0 \sim 1$ の間に一樣に分布する乱数を求める関数であるから、この変換で $-1 \sim 1$ の間に分布するようになる。

`sim.xls` の「円周率」シートに、実際に計算した結果を示す。試行回数を増やしていくと、真の値(3.14159265....)に徐々に収束していくことが分かるであろう。同時に分かることは、収束がとても遅いということである。3000 回程度では大した精度は得られない。ますます

計算機による力業が重要になってくる理由はここにもある。

「円周率 2」のシートは、Excel ではなく別の汎用言語（具体的には C）で後述する MT 法で発生させた一様乱数を用いて同じシミュレーションを実行した結果である。これからも分かるように、力任せシミュレーションは繰り返し回数が勝負になることが多いため、Excel 向きの作業とはいえない。

例題 2. 待ち行列の問題 --- これまたシミュレーションの教科書に必ず出る例

待ち行列は queue であって matrix ではないので注意。例えば窓口処理を行う時に、お客が到着する率、個別の処理に必要な時間を仮定して窓口をいくつ用意するとお客の待ち時間が一定時間（多分怒りだす時間）を超えないようにできるか、といった問題である。

残念ながら、Excel の組み込み関数では Poisson 分布に従う乱数を簡単には作れないため、指数分布に従う乱数を逆関数法で作って、そこから Poisson 分布に従う乱数を生成している。今回は指数分布に従う乱数の数を 6 個しか用意していないため、単位時間あたりの平均到着数をあまり大きくすることはできないことに注意。

- 窓口の個数は 1 個または 2 個
- お客は平均すると単位時間あたり λ 人来るような Poisson 分布に従って到着する
- お客の処理時間は対数正規分布する

例題 3. 「ライフゲーム」 --- またまたシミュレーションの教科書の常連

ライフゲームは、平面上のマス目の状態が期を追って変化していく様子をシミュレーションするものである。一番ベーシックな規則は、あるセルに着目したときに

- ・ 着目しているセルが生きている (●) のとき
 - 着目しているセルの周辺セル（全部で 8 つ）のうち、生きているものが 1 つだと過疎で次の期には着目しているセルは死んでしまう
 - 着目しているセルの周辺セルのうち、生きているものが 4 つ以上あると過密で次の期には着目しているセルは死んでしまう
 - 着目しているセルの周辺セルのうち、生きているものが 2 つあるいは 3 つの場合は、次の期も着目しているセルは生きている
- ・ 着目しているセルが死んでいる（空白）の時
 - 着目しているセルの周辺セルのうち、生きているものが 3 つだと新たに誕生して次の期には生きているセルになる
 - それ以外の場合は、次の期も死んだまま

という極めて単純なものである。ただし、Excel でこのように自己参照する規則をマクロなしで記述するのは極めて困難である。例として作成した life.xls は、期ごとに違う部分に展開していくことによりこの問題を回避している。

なお、life.xls はファイルサイズが大きくなりすぎるため 10 期分しか作成していない。10

期だとあまりおもしろくないので、必要に応じて期をコピー&ペーストで増やすとよい（ただし、ファイルサイズと計算時間は著しく増大する）。

乱数の「でたらめさ」

シミュレーションに使う乱数には、ちゃんとしたデタラメさが必要。Excel の組み込み関数で作った乱数はいまいち。モンテカルロシミュレーションを前提とした乱数については、（石川・内田, 2002）が詳しい。

最近、シミュレーションによく使われる乱数発生法として、メルセンヌ・ツイスター法という方法がある。Excel 用のアドインソフトをニューメリカルテクノロジーズ株式会社が非営利目的ならば無償で提供しているので、これを使うと Excel から簡単に MT 法を使った乱数を利用することが可能である。

練習問題 1. 乱数を使ったシミュレーションで、 $y=x^2$ と X 軸の間の面積を $x = 0 \sim 1$ の区間で求めなさい

参考文献

石川達也・内田善彦, 「モンテカルロ法によるプライシングとリスク量の算出について」, 金融研究, 2002.6