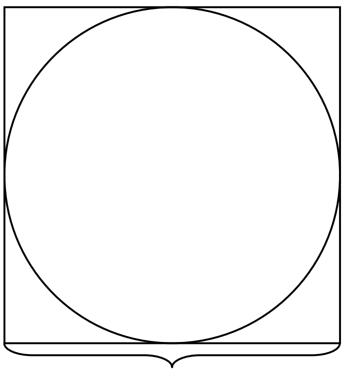
シミュレーション

- 問題を解析的に解くのが不可能、あるいは困難と思われるときに有効
- コンピュータを使ってやると便利なのは、乱数を使ったシミュレーション
- 乱数を使ってシミュレーションを行うときは、乱数の質が結果に影響する

例題 1. 円周率を乱数を使って求める --- 簡単で教科書に必ず出ている例

円の面積は、円の半径を r とすると、πr^2で表現できる。よって、半径が 1 の円を考えると、その面積はπとなる。次に、半径１の円が内接するような正方形を考えると、その面積は 4 となる。

ここで、図 1 のような絵を考える。もしこの絵の上に砂を一様にばらまくことができたならば、円の中に入った砂粒の数と、正方形の中に入った砂粒の数を数えることによってそれぞれの面積を近似できる、と考えるのがこの場合のシミュレーションの基本的なアイディア。



長さ 2

図１　正方形に内接する円

一番原始的な方法としては、実際にこのような絵を描いて上に砂粒を撒いてみればいいのだが、その場合そもそも円を正しく描くのが非常に困難であるという問題が生じてしまうので精度をあげるのは無理。そこで計算機を使う意味がでてくる。この場合であれば、-1～1 の範囲で(x, y)のペアを乱数的に作って、そのペアが $x^2 + y^2 \le 1$ を満たせば円の内側、満たさなければ円の外側で正方形の内側となる。

sim.xls の「円周率」シートに、実際に計算した結果を示す。試行回数を増やしていくと、真の値(3.14159265.....)に徐々に収束していくことが分かるであろう。同時に分かることは、収束がとても遅いということである。3000 回程度では大した精度は得られない。ますます計算機による力業が重要になってくる理由はここにもある。ここでは、-1～1 の間に一様に分布する乱数として、Excel の rand()関数の値を 2 倍して 1 を減じたものを使っている。rand()は 0～1 の間に一様に分布する乱数を求める関数であるから、この変換で-1～1 の間に分布するようになる。

例題 2. 待ち行列の問題　--- これまたシミュレーションの教科書に必ず出る例

待ち行列は queue であって matrix ではないので注意。例えば窓口処理を行う時に、お客が

到着する率、個別の処理に必要な時間を仮定して窓口をいくつ用意するとお客の待ち時間が一定時間（多分怒りだす時間）を超えないようにできるか、といった問題である。
あまり一般的な仮定ではないが、Excel の rand()関数で簡単に処理できるためまず一様乱数を仮定する（一般的には一様乱数ではなく指数分布に従う乱数を使うことが多い）

- 窓口の個数は 1 個
- お客は平均すると 2 分に一人来ると仮定。一様乱数で考えるので 0〜1 の一様乱数から生成
- 窓口の平均処理時間は平均 2 分。一様乱数で考えるので 0〜4 の一様乱数から生成

乱数の「でたらめさ」

シミュレーションに使う乱数には、ちゃんとしたデタラメさが必要

練習問題 1. 乱数を使ったシミュレーションで、y=x2 と X 軸の間の面積をｘ＝０〜1 の区間で求めなさい
練習問題 2. 例題 2 は一様分布でシミュレーションを行っているが、通常は到着時間はポワソン分布、処理時間は指数分布に従うとして処理することがおおい。「分析ツール」を使うとこれらの乱数が生成できるので、例題２のセットアップで乱数の分布の違いによりどのように差がでるかを試してみなさい